Lycée Pierre Corneille
ROUEN

Terminale L

vendredi 5 février 2010

BACCALAUREAT D'ESSAI

Epreuve de Mathématiques (3 H)

Candidats ayant choisi la spécialité mathématiques

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : (sur 3 points)

1. Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 0{,}89$ et de raison 0,01.
On pose $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

a. Exprimer S_n en fonction de n.

b. Déterminer la limite de S_n quand n tend vers $+\infty$.

c. En déduire l'écriture fractionnaire de 1,8989…

2. Déterminer l'écriture fractionnaire de 17,314314…

Exercice 2 (sur 5 points)

Dans cet exercice, on appelle DIAGONALE d'un polygone régulier tout segment de droite joignant deux sommets *non consécutifs* du polygone. Ainsi, un triangle équilatéral ne possède aucune diagonale et un carré en possède deux.

1. Dans le **tableau de l'annexe 1, qui est à compléter et à rendre avec la copie,** tracer en couleur toutes les diagonales des polygones réguliers à 5 et 6 côtés, puis indiquer leur nombre dans la ligne suivante.

Dans la suite de l'exercice, on admet que le nombre d de diagonales d'un polygone régulier à n côtés (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 3) est donné par la formule : $d = \dfrac{n(n-3)}{2}$.

.

2. Dans cette question, on cherche à déterminer dans quels polygones réguliers le nombre d de diagonales est un multiple entier du nombre n de côtés.

a. Exploiter ce qui a été fait dans les questions précédentes pour dire si chacune des propositions suivantes est VRAIE ou FAUSSE. Chaque réponse doit être justifiée.

Proposition n°1 : Il existe au moins un polygone régulier pour lequel le nombre de diagonales est le double du nombre de côtés.

Proposition n° 2 : Quel que soit un polygone régulier, le nombre des diagonales de ce polygone est le double du nombre de ses côtés.

Proposition n° 3 : Quel que soit un polygone régulier, le nombre des diagonales de ce polygone est un multiple entier du nombre de ses côtés.

b. On considère l'algorithme suivant :

Entrée	k est un entier naturel non nul.
Initialisation	Affecter à n la valeur 3 ; Affecter à d la valeur 0.

Traitement	Tant que $d < k \times n$:
	    Affecter à n la valeur $n+1$;
	    Calculer $\dfrac{n\times(n-3)}{2}$
	    et affecter la valeur du résultat à d.

Sortie	Afficher n et d.

Faire fonctionner l'algorithme pour $k = 3$. Interpréter le résultat obtenu en termes de nombres de côtés et de diagonales d'un polygone régulier.

c. Démontrer que, pour un entier naturel k donné, $d = k \times n$ si et seulement si $n = 2k + 3$.

d. ***Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.***
Déterminer les polygones réguliers dans lesquels le nombre d de diagonales est un multiple entier du nombre de côtés.

Exercice 3 (sur 6 points)

Lorsqu'on communique un numéro de téléphone, il peut aisément s'y glisser des erreurs.
Pour éviter et corriger de telles erreurs, le système suivant est proposé : on considère qu'un numéro de téléphone du type 01 23 45 67 89 est un nombre à 10 chiffres que l'on écrira $x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7x_8x_9x_{10}$, où x_i représente un chiffre compris entre 0 et 9.
On décide de n'attribuer que des numéros vérifiant les deux propriétés suivantes :
(propriété 1) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \equiv 0$ (modulo11)
(propriété 2) $1x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 + 6x_6 + 7x_7 + 8x_8 + 9x_9 + 10x_{10} \equiv 0$ (modulo11)

Partie A

1. Les numéros 01 23 45 67 89 et 06 39 21 17 04 peuvent-ils être attribués avec ce système ?

2. Pierre communique oralement à Fanny un numéro de téléphone attribué avec ce système. Mais cette dernière n'entend pas le 5e chiffre. En revanche, elle est certaine de tous les autres.
Elle a noté 01 15 a1 33 19.
Déterminer le chiffre manquant a.

Partie B

On considère le numéro 02 22 22 22 22.

1. Vérifier que ce numéro ne peut pas être un numéro attribué avec le système précédent.
On suppose que le zéro est correct et qu'un seul des 9 autres chiffres a mal été retranscrit. On va chercher la valeur k de ce chiffre mal retranscrit ainsi que sa position.

2. **a.** Prouver que $k + 5 \equiv 0$ (modulo11).

b. En déduire la valeur de k.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Rechercher la position de k et donner le bon numéro de téléphone.

Exercice 4 (sur 6 points)

Pour tout entier naturel n, on pose : $A(n) = n^2 - n + 2007$.
Le but de l'exercice est d'étudier la divisibilité des entiers $A(n)$ par 2 et par 3.
Cet exercice est composé de deux questions indépendantes.

1. **a.** Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre $A(1)$ égal à 2007.

b. Soit n un entier naturel. Démontrer que : « Si n est divisible par 3, alors $A(n)$ est divisible par 3 ».

c. La réciproque de cette dernière affirmation est-elle vraie ? Justifier.

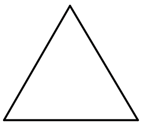
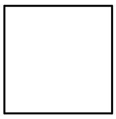
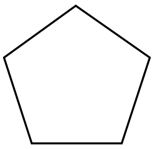
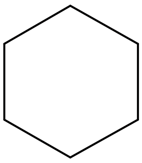
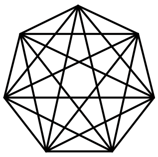
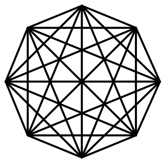
2. **a.** Vérifier que, quel que soit l'entier naturel n, on a : $(n + 1)^2 - (n + 1) + 2007 = (n^2 - n + 2007) + 2n$.

b. On considère un entier naturel n quelconque. Démontrer que : « Si $A(n)$ est impair, alors $A(n + 1)$ est impair ».

c. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
« Il existe au moins un entier naturel n tel que $A(n)$ soit divisible par 2 ».

ANNEXE 1 (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 2

Nombre *n* de côtés	3	4	5	6	7	8
Tracé des diagonales du polygone	 Triangle équilatéral	 Carré	 Pentagone régulier	 Hexagone régulier	 Heptagone régulier	 Octogone régulier
Nombre *d* de diagonales	0	2	...	...	14	20